

MATRIKS

ALJABAR LINEAR
MINARNI



Pengertian Matriks

Beberapa pengertian tentang matriks :

1. Matriks adalah himpunan skalar (bilangan riil atau kompleks) yang disusun atau dijabarkan secara empat persegi panjang menurut baris-baris dan kolom-kolom.
2. Matriks adalah jajaran elemen (berupa bilangan) berbentuk empat persegi panjang.
3. Matriks adalah suatu himpunan kuantitas-kuantitas (yang disebut elemen), disusun dalam bentuk persegi panjang yang memuat baris-baris dan kolom-kolom.

Notasi yang digunakan

$$\left(\quad \right)$$

Atau

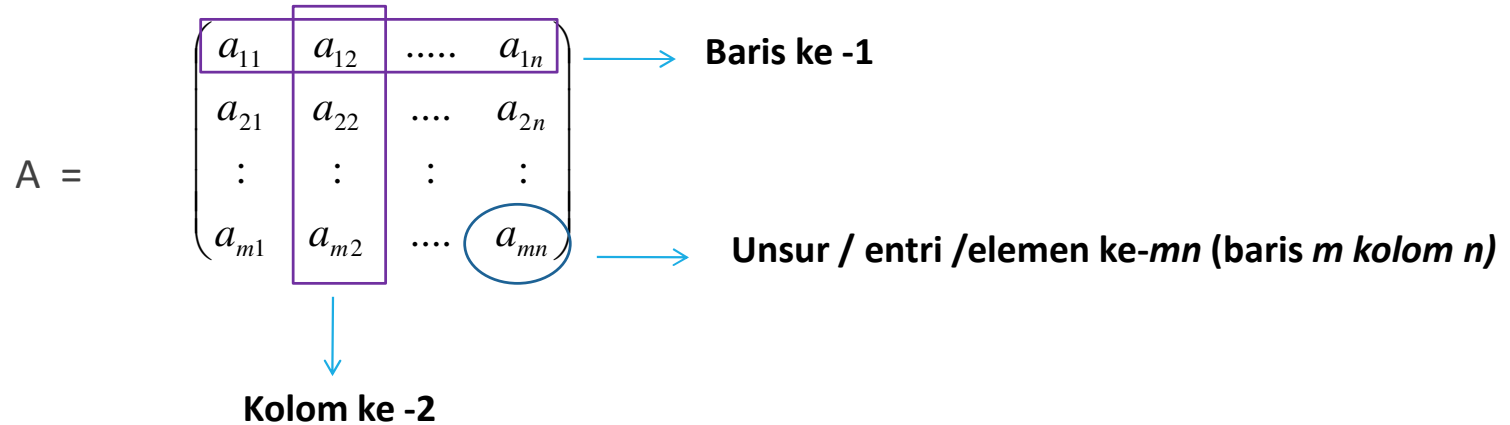
$$\left| \quad \right|$$

Atau

$$\left\| \quad \right\|$$

Matriks

Notasi Matriks



Matrix A berukuran (ordo) $m \times n$

Misalkan A dan B adalah matriks berukuran sama, A dan B dikatakan sama (notasi $A = B$)

Jika $a_{ij} = b_{ij}$ untuk setiap i dan j

Jenis Matriks

(i) **MATRIKS NOL**, adalah matriks yang semua elemennya nol

Sifat-sifat :

- ▶ $A+0=A$, jika ukuran matriks $A =$ ukuran matriks 0
- ▶ $A*0=0$, begitu juga $0*A=0$.

(ii) **MATRIKS BUJURSANGKAR**, adalah matriks yang jumlah baris dan jumlah kolomnya sama. Barisan elemen a_{11} , a_{22} , a_{33} , a_{nn} disebut diagonal utama dari matriks bujursangkar A tersebut.

▶ Contoh : Matriks berukuran 2×2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Jenis Matriks

(iii) **MATRIKS DIAGONAL**, adalah matriks bujursangkar yang semua elemen diluar diagonal utamanya nol.

Contoh :

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(iv) **MATRIKS SATUAN/IDENTITY**, adalah matriks diagonal yang semua elemen diagonalnya adalah 1.

▶ Contoh :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

▶ Sifat-sifat matriks identitas : $A \cdot I = A$, $I \cdot A = A$

Jenis Matriks

(v) **MATRIKS SKALAR**, adalah matriks diagonal yang semua elemennya sama tetapi bukan nol atau satu.

Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(vi) **MATRIKS SEGITIGA ATAS (UPPER TRIANGULAR)**, adalah matriks bujursangkar yang semua elemen dibawah diagonal elemennya = 0.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(vii) **MATRIKS SEGITIGA BAWAH (LOWER TRIANGULAR)**, adalah matriks bujursangkar yang semua elemen diatas diagonal elemennya = 0.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 6 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

(viii) **MATRIKS SIMETRIS**, adalah matriks bujursangkar yang elemennya simetris secara diagonal. Dapat juga dikatakan bahwa matriks simetris adalah matriks yang transposenya sama dengan dirinya sendiri.

Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A = A^T \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(ix) **MATRIKS ANTISIMETRIS**, adalah matriks yang transposenya adalah negatif dari matriks tersebut. Maka $A^T = -A$ dan $a_{ij} = -a_{ji}$, elemen diagonal utamanya = 0

Contoh :

▶
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 2 \\ 3 & -4 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & -4 & -2 \\ -3 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

TRANSPOSE MATRIKS

Jika diketahui suatu matriks $A = a_{ij}$ berukuran $m \times n$ maka transpose dari A adalah matriks $A^T = n \times m$ yang didapat dari A dengan menuliskan baris ke- i dari A sebagai kolom ke- i dari A^T .

Beberapa Sifat Matriks Transpose :

- $(A+B)^T = A^T + B^T$
- $(A^T)^T = A$
- $k(A^T) = (kA)^T$
- $(AB)^T = B^T A^T$

Operasi Matrix

- **Penjumlahan Matriks**

Syarat : Dua matriks berordo sama dapat dijumlahkan

Contoh =

a.
$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{pmatrix}$$

b.
$$\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$$

Operasi Matriks

- **Pengurangan Matriks**

Syarat : Dua matriks berordo sama dapat dikurangkan

Contoh =

a.
$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{pmatrix}$$

b.
$$\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Operasi Matriks

Perkalian Matriks

- Perkalian Skalar dengan Matriks

Contoh :

$$k \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kp & kq \\ kr & ks \end{pmatrix}$$

- Perkalian Matriks dengan Matriks

Misalkan A berordo pxq dan B berordo mxn

Syarat : $A \times B$ haruslah $q = m$, hasil perkalian AB , berordo pxn

$$A = \begin{pmatrix} a & b & d \\ e & f & g \end{pmatrix}_{(2 \times 3)}, B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \\ t & u \end{pmatrix}_{(3 \times 2)} \quad A \cdot B = \begin{pmatrix} a & b & d \\ e & f & g \end{pmatrix}_{(2 \times 3)} \cdot \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \\ t & u \end{pmatrix}_{(3 \times 2)} = \begin{pmatrix} ap + br + dt & aq + bs + du \\ ep + fr + gt & eq + fs + gu \end{pmatrix}_{(2 \times 2)}$$

Hukum Perkalian Matriks :

- Hukum Distributif, $A*(B+C) = AB + AC$
- Hukum Asosiatif, $A*(B*C) = (A*B)*C$
- Tidak Komutatif, $A*B \neq B*A$
- Jika $A*B = 0$, maka beberapa kemungkinan
 - (i) $A=0$ dan $B=0$
 - (ii) $A=0$ atau $B=0$
 - (iii) $A \neq 0$ dan $B \neq 0$
- Bila $A*B = A*C$, belum tentu $B = C$